مجله دیابت و متابولیسم ایران. آذر- دی ۱۳۹۲؛ دوره ۱۳ (شماره ۲) ۱۰۱-۸۳

# سری آمار: تحلیل جداول توافقی ۱ (آزمون‌های کای‌دو)

محمد اصغری جعفرآبادی[۱*]، اکبر سلطانی[۲]، سیده مومنه محمدی[۳]


## چکیده

ارزیابی پیامدها و عوامل خطر در قالب متغیرهای کیفی، در انواع مطالعات علوم پزشکی متداول است و بررسی رابطه بین این متغیرها به‌عنوان اهداف پژوهشی تعریف می‌شوند. هدف از این مقاله، معرفی مفاهیم و آزمون‌های ساده و کاربردی آماری بررسی رابطه بین این متغیرها، شامل انواع آزمون‌های کای‌دو در این مطالعات می‌باشد.

مبانی و نحوه انجام محاسبات شاخص‌ها و آزمون فرض‌های بررسی رابطه بین متغیرهای کیفی (و یا اختلاف نسبت‌ها بین گروه‌ها)، در نظر گرفتن ملاحظات مربوط و نحوه گزارش کردن یافته‌ها در قالب جداول توافقی، برای انواع آزمون‌های کای‌دوی ارائه گردید.

برای بررسی رابطه بین دو متغیر کیفی دو یا چند حالتی، آزمون کای دوی پیرسون (در صورت برقراری شرایط ککران)، برای نمونه‌های کوچک تصحیح پیوستگی یتس، برای عدم برقراری شرایط ککران محاسبه P-Value دقیق بر اساس آزمون‌های دقیق، برای متغیرهای کیفی رتبه‌ای آزمون کای‌دوی روند و برای وضعیت‌های وابسته آزمون کای‌دوی مک‌نمار باید استفاده شود. به علاوه برای جداول بزرگ‌تر از ۲×۲، در صورت معنی‌داری رابطه کلی، آزمون‌های تعقیبی با اعمال تصحیح مناسب مورد نیاز است. در هر یک از وضعیت‌های فوق، بر اساس مثال‌های مطالعاتی، محاسبات آزمون فرض‌ها انجام و نتایج آنها ارائه گردید.

برای بررسی رابطه، یک یا مجموعه‌ای از عوامل خطر با یک متغیر پیامد کیفی اسمی یا رتبه‌ای، تحلیل‌های ارائه شده با توجه به موقعیت و هدف مطالعه توصیه می‌شود.


**واژگان کلیدی:** جدول توافقی، جداول متقاطع، رابطه، آزمون کای‌دو، آزمون دقیق فیشر، آزمون مک‌نمار

۱- مرکز تحقیقات آموزش علوم پزشکی، گروه آمار و اپیدمیولوژی، دانشکده بهداشت، دانشگاه علوم پزشکی تبریز، تبریز، ایران

۲- مرکز تحقیقات غدد و متابولیسم، پژوهشکده علوم بالینی غدد و متابولیسم، دانشگاه علوم پزشکی تهران، تهران، ایران

۳- گروه علوم تشریحی، دانشکده پزشکی، دانشگاه علوم پزشکی تبریز، تبریز، ایران

*نشانی: تبریز، خیابان گلگشت، خیابان عطار نیشابوری، دانشگاه علوم پزشکی تبریز، دانشکده بهداشت، گروه آمار و اپیدمیولوژی، کدپستی: ۵۱۶۶۶۱۴۷۱۱، تلفن: ۲- ۰۴۱۱۳۳۵۷۵۸۰، نمابر: ۰۴۱۱۳۳۴۰۶۳۴، پست الکترونیک: asgharimo@tbzmed.ac.ir

**تاریخ دریافت:** ۱۳۹۲/۰۷/۰۱ **تاریخ درخواست اصلاح:** ۱۳۹۲/۰۷/۱۵ **تاریخ پذیرش:** ۱۳۹۲/۰۸/۰۱

## مقدمه

در بسیاری از مطالعات علوم پزشکی، متغیرهای مورد بررسی اعم از پیامدها و عوامل خطر (مواجهه) به‌صورت کیفی یا رسته‌ای (Categorical) ارزیابی می‌شوند. برای خلاصه کردن و نمایش دادن این متغیرها از فراوانی و درصد در هر یک از رده‌های این متغیرها استفاده می‌شود [۱]. در این مطالعات هدف **بررسی رابطه بین پیامدها و عوامل خطر (مواجهه)** می‌باشد که در این صورت فراوانی‌های (درصدهای) مورد نظر در یک جدول دوطرفه (Two-way tables) مرتب می‌شوند که به آنها **جداول توافقی (Contingency Tables)** یا **جداول متقاطع (Crosstabs)** گفته می‌شود. در این جداول، به‌طور قراردادی متغیر وابسته (پیامد) در ستون و متغیر مستقل (عوامل خطر یا مواجهه) در سطر قرار می‌گیرد.

**مثال ۱**

در بررسی رابطه مرگ و میر افراد مبتلا به سرطان کولورکتال با مصرف سیگار [۱]، نتایج در جدول دو طرفه زیر ارائه شده است:

**جدول ۱- فراوانی و درصد وضعیت مرگ ومیر افراد مبتلا به سرطان کولورکتال برحسب رده‌های متغیرهای وضعیت کشیدن سیگار**

| وضعیت کشیدن سیگار | وضعیت مرگ ومیر | | | |
|---|---|---|---|---|
| | زنده | | مرده | |
| | فراوانی | درصد | فراوانی | درصد |
| هرگز مصرف نکرده | ٦٠٧ | ٪۷۳/۰ | ۲۲٥ | ٪۲۷/۰ |
| در حال حاضر یا قبلاً مصرف کرده | ۱۸۷ | ٪٦٥/۸ | ۹۷ | ٪۳٤/۲ |

منبع: [۲]

در مطالعات مختلف، شاخص‌های متفاوتی برای کمی کردن رابطه بین پیامدها و عوامل خطر (مواجهه) استفاده می‌شوند، به هر حال به‌منظور بررسی معنی‌داری رابطه بین این متغیرها نیاز به انجام استنباط (آزمون فرض یا فاصله اطمینان) است [۳] که اغلب در چنین موقعیت‌هایی آزمون کای‌دو پیشنهاد می‌شود. فرضیه پژوهشی که توسط آزمون کای‌دو بررسی می‌شود این است که «بین دو متغیر سطر و ستون جدول رابطه وجود دارد» یا به‌طور معادل «میان درصد افراد با پیامد معین در گروه‌های مختلف عامل خطر (مواجهه) اختلاف وجود دارد» (بنابراین فرضیه صفر در این آزمون‌ها عدم رابطه بین دو متغیر یا عدم اختلاف بین نسبت‌ها می‌باشد). همان طور که ملاحظه می‌شود دو شکل از فرضیه‌ها یعنی به‌ترتیب فرضیه «بررسی رابطه» و «بررسی اختلاف» توسط این آزمون بررسی می‌شود. به‌عبارت دیگر، در آزمون‌های کای به‌دلیل انعطاف‌پذیری آنها، این امکان وجود دارد که فرضیه پژوهشی را به دو صورت «بررسی رابطه» و «بررسی اختلاف» نوشت. مثلاً برای مثال فوق، فرضیه پژوهشی را می‌توان به دو صورت «بین مرگ و میر ناشی از سرطان کولورکتال و کشیدن سیگار رابطه وجود دارد» یا «میان درصد مرگ و میر ناشی از سرطان کولورکتال در افراد سیگاری با غیر سیگاری اختلاف وجود دارد» نوشت که در واقع هر دو یک مفهوم و یک کاربرد را نتیجه می‌دهند.

### منطق زیربنایی آزمون کای‌دو

در قالب یک مثال (فرضی) بسیار ساده، می‌توان منطق زیربنایی آزمون کای‌دو را توضیح داد؛

**مثال ۲**

طی سالیان متمادی تصور بر این بود که برای بیماران مبتلا به دیابت، دو نوع داروی گلی بنکلامید (G) و متفورمین (M) تقریباً تجویز می‌شود، یعنی فرض می‌شود که تعداد افراد بیماری که دو نوع داروی G و M دریافت می کنند، یکسان هستند. برای بررسی این موضوع، تعداد ۲۰۰ نفر از بیماران مراجعه کننده به پزشک‌های مختلف در سطح شهر به تصادف انتخاب شدند. با توجه به یکسان بودن میزان

تجویز این دو داور، انتظار اولیه این است که از این ۲۰۰ نفر، برای داروی نوع A ۱۰۰ بیمار، ۱۰۰ بیمار G و ۱۰۰ بیمار M دریافت کرده باشند. مقادیر مورد انتظار ۱۰۰ در مورد هر نوع دارو به این ترتیب به دست آمد که با توجه به مساوی بودن انتظار، برای هر دارو احتمال ۰/۵ در نظر گرفته شد و تعداد کل در این احتمال ضرب شد (۱۰۰ = ۰/۵ × ۲۰۰).

در عمل در نمونه‌های انتخاب شده، ۱۲۱ بیمار G و ۸۹ بیمار M دریافت کرده بودند. فراوانی‌های مشاهده شده و فراوانی‌های مورد انتظار (که اصطلاحاً به آن میانگین شانسی مورد انتظار گفته می‌شود) به همراه درصدهای متناظر با آنها در جدول ۲ خلاصه شده است:

**جدول ۲- فراوانی‌های مشاهده شده و مورد انتظار مصرف دو نوع داروی گلی بنکلامید (G) و متفورمین (M)**

| | گلی بنکلامید (G) | متفورمین (M) | تعداد کل |
|---|---|---|---|
| فراوانی‌مشاهده شده (درصد) | ۱۱۰ (٪۵۵) | ۹۰ (٪۴۵) | ۲۰۰ |
| فراوانی‌مورد انتظار (میانگین شانسی) (درصد) | ۱۰۰ (٪۵۰) | ۱۰۰ (٪۵۰) | ۲۰۰ |

بنابراین در این مطالعه، این سوال وجود دارد که آیا براساس شواهد حاصل، بین دو الگوی مشاهده شده ۱۱۰ : ۹۰ با آنچه مورد انتظارش بود یعنی ۱۰۰ : ۱۰۰ تفاوتی ایجاد شده است؟ به عبارت دیگر فرض صفر برابری دو الگو و فرض مقابل اختلاف بین این دو الگو را نشان می‌دهد [۳].

برای پاسخ به این دادن به این سوال، نیاز است راهی برای ارزیابی میزان تفاوت در دو الگو یافت شود. به همین منظور، بر اساس تفاوت‌های خام «فراوانی مورد انتظار- فراوانی مشاهده شده»، «تفاوت استاندارد شده» زیر پیشنهاد می‌شود:

**(فراوانی مورد انتظار - فراوانی مشاهده شده)**

**فراوانی مورد انتظار ÷**

یعنی تفاوت‌های خام تقسیم بر مقدار مورد انتظار که برآیند آن میزانی از تفاوت نسبی فراوانی مشاهده شده را نسبت به فراوانی مورد انتظار متناظر با آن فراهم می‌کند:

**گلی بنکلامید (G):** ۰/۱۰ = ۱۰۰÷ (۱۰۰ -۱۱۰)

**متفورمین (M):** ۰/۱۰ - = ۱۰۰÷ (۱۰۰ -۹۰)

به عبارت دیگر، فراوانی مشاهده شده افراد بیماری که از داروی G استفاده می‌کردند ۱۰ درصد بیشتر (به خاطر علامت مثبت) از فراوانی است که انتظار آن می‌رفت. به همین ترتیب فراوانی مشاهده شده افرادی که از داروی M استفاده می‌کردند ۱۰ درصد کمتر (به خاطر علامت منفی) از فراوانی است که انتظارشان آن می‌رفت. یکی از مزایای استفاده از تفاوت‌های استاندارد شده این است که دقیقاً معلوم است چه چیزی جستجو می‌شود اما یک اشکال دارد و آن هم این است که مجموع آنها همیشه برابر صفر است (در این مثال: ۰= (۰/۱۰-) + (۰/۱۰)). بنابراین پیشنهاد می‌شود که به جای استفاده از تفاوت‌های نسبی، توان دوم آنها به‌کار رود (مشابه منطق محاسبه واریانس [۱]). یعنی:

**$^{2}$(فراوانی مورد انتظار - فراوانی مشاهده شده)**

**فراوانی مورد انتظار ÷**

که معیاری از فاصله فراوانی مشاهده شده و فراوانی مورد انتظار را برای هر یک از انواع داروهای G و M فراهم می‌کند و در نهایت جمع هر یک از این انحراف‌ها را می‌توان به‌عنوان تفاوت در دو الگوی مشاهده شده (۱۱۰ : ۹۰) با الگوی مورد انتظار یعنی (۱۰۰ : ۱۰۰) در نظر گرفت، یعنی

**داروی G:** ۱ = ۱۰۰÷ $^{2}$(۱۰۰ -۱۱۰)

**داروی M:** ۱ = ۱۰۰÷ $^{2}$(۱۰۰ -۹۰)

**جمع کل:** ۲ = (۱ + ۱)

که مقدار فوق همان مقدار شاخص کای‌دو می‌باشد که با نماد یونانی $\chi^2$ نشان داده می‌شود.

برای نمایش فرمول ریاضی آن که در مقالات بسیار متداول است، تعداد مشاهده شده با O (Observed) و تعداد مورد انتظار با E (Expected) و علامت یونانی سیگما یعنی Σ برای نشان دادن مجموع به‌کار می‌رود و فرمول زیر را حاصل می‌کند:

$$\chi^{۲} = \sum \frac{(O - E)^{۲}}{E}$$

یعنی مجموع توان دوم اختلاف‌های استاندارد شده بین آن چیزی که مشاهده شده و آن چیزی که انتظار آن می‌رفت (روی تمام رده‌های متغیر) که یک فرمول محاسباتی دو مرحله‌ای برای به‌دست آوردن کای‌دو در دسته‌بندی‌های فقط یک متغیر (منظور دسته‌بندی‌های G و M متغیر دارو) می‌باشد. بنابراین در مرحله اول توان دوم اختلاف‌ها به دست می‌آید و در مرحله دوم این کمیت‌ها با هم جمع می‌شوند:

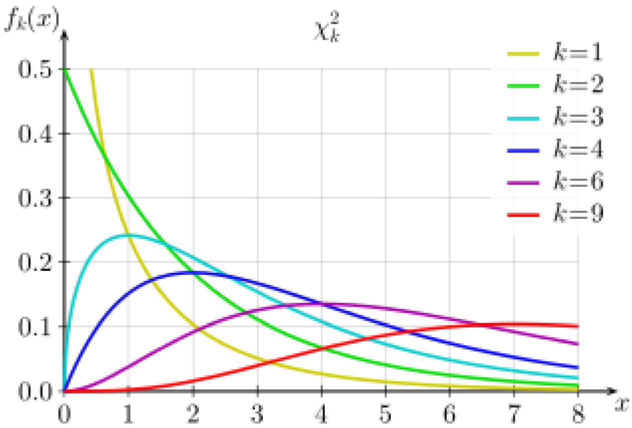
$$\chi^2 = (۱+ ۱) = ۲$$

حال این سوال پیش می‌آید که آیا مقدار ۲ آنقدر قابل ملاحظه هست که بتوان گفت بین دو الگوی مشاهده شده و مورد انتظار تفاوت وجود دارد یا به عبارتی، آیا این مقدار معنی‌دار هست یا خیر و یا این که این تفاوت صرفاً شانسی است و ناشی از نمونه‌گیری (تصادفی) می‌باشد [۳]؟ برای این منظور نیاز است که توزیع نمونه‌گیری کای‌دو مشخص شود که این توزیع نیز مشابه توزیع‌های t و F با درجه آزادی (و سطح خطا) مشخص می‌گردد.

برای محاسبه درجه آزادی کای‌دو در مثال حاضر، این سوال باید پرسیده شود که از بین دو عدد که جمع آنها باید ۲۰۰ گردد، چند عدد را می‌توان آزادانه انتخاب کرد؟ پاسخ برابر ۱ (= ۱- ۲) است چون تنها عدد اول را می‌توان آزادانه انتخاب کرد ولی عدد دوم باید به گونه‌ای تعیین شود که مجموع آنها برابر ۲۰۰ شود. بنابراین درجه آزادی برابر با تعداد رده‌های متغیر مورد بررسی است، یا به عبارت دیگر:

**۱ – تعداد رده‌های متغیر مورد بررسی = درجه آزادی**

توزیع کای‌دو با درجات مختلف آزادی در شکل ۱ نشان داده شده است:




**شکل ۱- توزیع نظری کای‌دو با درجات مختلف آزادی (k)**

همان‌طور که در نمودار ۱ ملاحظه می‌شود، هر چه توزیع به سمت مقادیر بزرگتر درجه آزادی حرکت می‌کند، احتمال مشاهده این اعداد کمتر می‌شود. از طرف دیگر هر چه که مقدار درجه آزادی بزرگتر می‌شود منحنی به سمت تقارن پیش می‌رود و برای درجات آزادی بزرگ این توزیع متقارن می‌شود.

توزیع نمونه‌گیری کای‌دو از صفر شروع می‌شود یعنی مقادیری که این کمیت می‌تواند بپذیرد بزرگتر یا مساوی با صفر هستند. دلیل این موضوع در این است که این

شاخص حاصل جمع یک سری توان دوم است که هر کدام مثبت هستند و در نتیجه این مجموع نیز مقداری مثبت است. از طرف دیگر، زمانی که تفاوت بین مقادیر مشاهده شده و مورد انتظار زیاد باشد، بنابراین (اختلاف استاندارد شده، در نتیجه توان دوم آن، به تبع آن مجموع آنها و در نتیجه) شاخص کای‌دو بزرگ‌تر خواهد بود و در نتیجه فرض صفر عدم رابطه یا اختلاف رد می‌شود. یعنی **مقادیر بزرگ کای‌دو باعث رد فرض صفر می‌شوند.**

در مورد مثال ۲، مقدار محاسبه شده شاخص کای‌دو برابر ۲ به‌دست آمد. به ازای ۱ درجه آزادی و خطای ۰/۰۵ مقدار کای دوی جدول برابر ۳/۸٤ می‌شود (جدول ضمیمه ۱) و چون مقدار محاسبه شده در مثال کوچک‌تر از آن است بنابراین فرض صفر پذیرفته می‌شود و در نتیجه بین آنچه مشاهده شده بود با آنچه انتظار آن می‌رفت تفاوت معنی‌داری وجود نداشت. به عبارت دیگر الگوی نظری (۱۰۰ : ۱۰۰) با الگوی مشاهده شده (۱۱۰ : ۹۰) اختلاف معنی‌داری نداشت.

**نکته**

ویژگی‌های شاخص کای‌دو برای اولین بار توسط پیرسون بررسی شد [٤] و در نتیجه به نام شاخص کای‌دو پیرسون معروف است.

**کای‌دوی برای جداول دو طرفه**

همان‌طور که در مثال ۲ ملاحظه شد تنها یک متغیر نوع دارو وجود داشت، به عبارت دیگر رده‌های این متغیر در یک جدول با دو ستون و تنها یک سطر مرتب گردید. در مطالعات مختلف علوم پزشکی، هدف بررسی **رابطه بین پیامدها و عوامل خطر** (مواجهه) می‌باشد که در این صورت فراوانی‌ها (درصدها)ی مورد نظر در یک **جدول دوطرفه** مرتب می‌شوند که در این جداول، به‌طور قراردادی متغیر وابسته (پیامد) در ستون و متغیر مستقل (عوامل خطر یا مواجهه) در سطر قرار می‌گیرد. تعداد مشاهدات موجود در ترکیب رده‌های این دو متغیر در هر یک از خانه‌های این جدول قرار می‌گیرند که به آنها اصطلاحاً فراوانی‌های مشاهده شده گفته می‌شود.

**مثال ۳**

در یک مطالعه مقطعی برای بررسی رابطه رفتار مصرف سیگار با برخی از فاکتورهای محیطی در نوجوانان، تعداد ۱۸۰ مورد (سیگاری) و ٤۷۹ شاهد (غیرسیگاری) انتخاب و سابقه اصرار همسالان در آن‌ها پرسیده شد [5]. نتایج این بررسی در جدول ۳ خلاصه شده است:

**جدول ۳- رابطه رفتار مصرف سیگار و سابقه اصرار همسالان**

| سابقه اصرار همسالان | مصرف سیگار | | |
|---|---|---|---|
| | تعداد موارد سیگاری | تعداد موارد غیر سیگاری | تعداد کل |
| دارد | ٦۷ | ۳۳ | ۱۰۰ |
| ندارد | ۱۱۳ | ٤٤٦ | ٥٥۹ |
| تعداد کل | ۱۸۰ | ٤۷۹ | ٦٥۹ |

منبع: [٦]

در این مطالعه در مجموع تعداد ٦٥۹ نفر شرکت داشتند که از این تعداد ۱۸۰ و ٤۷۹ نفر به ترتیب سیگاری و غیر سیگاری بودند. همچنین از ۱۸۰ نفر افراد سیگاری ٦۷ نفر سابقه اصرار همسالان و از ٤۷۹ نفر افراد غیر سیگاری ۳۳ نفر آن‌ها سابقه اصرار همسالان داشتند. هدف از این ارزیابی، بررسی رابطه بین مصرف سیگار و سابقه اصرار همسالان است. همان طور که قبلاً اشاره شد، آزمون کای‌دو قادر است از **دو دیدگاه رابطه و اختلاف** این موضوع را بررسی نمایید. برای این منظور، فرضیه پژوهشی این مطالعه را به دو شکل زیر می‌توان بیان کرد:

۱) بین سابقه اصرار همسالان و مصرف سیگار در افراد رابطه‌وجود دارد.

۲) بین نسبت افراد سیگاری در آنهایی که سابقه اصرار همسالان داشتند در مقایسه با آنهایی که سابقه اصرار همسالان نداشتند، اختلاف وجود دارد.

هر دو فرضیه فوق یک موضوع را بررسی می‌کنند. لازم به ذکر است آزمون مربوط به هدف اول، آزمون «کای‌دو برای بررسی رابطه» و آزمون مربوط به هدف دوم «آزمون کای‌دو همگنی دو جامعه» نامیده می‌شوند ولی هر دو آزمون نتیجه دقیقاً یکسانی دارند.

به‌نظر می‌رسد که سابقه اصرار همسالان، مصرف سیگار در افراد را افزایش می‌دهد. اما بررسی معنی‌دار بودن آن از آزمون کای‌دو استفاده می‌شود. با اندکی تفاوت، نحوه محاسبه فراوانی‌های مورد انتظار و درجه‌آزادی، همان منطق قبلی محاسبات بری آزمون کای‌دوی مربوط به جدول یک طرفه را دنبال می‌کند. در مورد مثال حاضر، جدول ٤ مجموع‌های سطری و ستونی داده‌های مربوط به افراد با و بدون سابقه اصرار همسالان را نشان می‌داد:

**جدول ۴- تعداد کل افراد برحسب مصرف سیگار و سابقه اصرار همسالان**

| سابقه اصرار همسالان | مصرف سیگار | | |
|---|---|---|---|
| | تعداد موارد سیگاری | تعداد موارد غیر سیگاری | تعداد کل |
| دارد | | | ۱۰۰ |
| ندارد | | | ٥٥٩ |
| تعداد کل | ۱۸۰ | ٤٧٩ | ٦٥٩ |

منبع: [٦]

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در مجموع تعداد ۱۰۰ نفر (۱۵/۱۸ درصد) و تعداد ٥٥٩ نفر (٨٤/٨٢ درصد) به ترتیب با و بدون سابقه اصرار همسالان در این مطالعه حضور داشتند. برای پاسخ گفتن به این سوال که آیا بین سابقه اصرار همسالان و مصرف سیگار در افراد رابطه‌وجود دارد، نیاز است فراوانی‌های مورد انتظار با استفاده از فرمول به دست آید. برای این منظور ابتدا فرض که بین این دو متغیر **رابطه وجود ندارد** که در این صورت به نسبت افراد با و بدون سابقه اصرار همسالان سیگاری و غیر سیگاری وجود خواهد داشت؛ یعنی **انتظار می‌رود** ۱۵/۱۸ درصد از افراد سیگاری و غیر سیگاری در گروه افراد با سابقه اصرار همسالان و ٨٤/٨٢ درصد از افراد سیگاری و غیر سیگاری در گروه افراد بدون سابقه اصرار همسالان قرار می‌گیرند. نتایج محاسبات فروانی‌های مورد انتظار در جدول ٥ خلاصه شده است:

**جدول ٥- فراوانی‌های مورد انتظار بر حسب مصرف سیگار و سابقه اصرار همسالان**

| سابقه اصرار همسالان | مصرف سیگار | | |
|---|---|---|---|
| | تعداد موارد سیگاری | تعداد موارد غیر سیگاری | تعداد کل |
| دارد | ۱۸۰ × (۱۰۰ ÷ ٦٥٩) = ۲۷/۳ | ٤٧٩ × (۱۰۰ ÷ ٦٥٩) = ٧٢/٧ | ۱۰۰ |
| ندارد | ۱۸۰ × (٥٥٩ ÷ ٦٥٩) = ۱٥۲/٧ | ٤٧٩ × (٥٥٩ ÷ ٦٥٩) = ٤٠٦/٣ | ٥٥٩ |
| تعداد کل | ۱۸۰ | ٤٧٩ | ٦٥٩ |

منبع: [٦]

همان‌طور که در جدول ۵ ملاحظه می‌شود، فرض صفر عدم رابطه بین دو متغیر، منجر به محاسبه فراوانی مورد انتظار سابقه اصرار همسالان بر حسب نسبتی از افراد سیگاری و غیر سیگاری گردید که این محاسبات فرمول ساده زیر را برای محاسبه فراوانی مورد انتظار در خانه‌های جدول پیشنهاد می‌کند:

**فراوانی کل ÷ (جمع فراوانی سطری متناظر × جمع فراوانی ستونی متناظر) = فراوانی مورد انتظار**

به‌عنوان مثال برای خانه اول جدول، جمع فراوانی سطری برابر ۱۰۰، جمع فراوانی ستونی برابر ۱۸۰ و جمع کل فراوانی برابر ٦۵۹ است و در نتیجه فراوانی مورد انتظار برای این خانه جدول به‌صورت (٦۵۹ ÷ ۱۰۰) × ۱۸۰ محاسبه می‌شود. فراوانی‌های مشاهده شده و مورد انتظار در کنار یکدیگر در جدول ٦ خلاصه شده‌اند:

**جدول ۶- فراوانی‌های مشاهده شده و مورد انتظار بر حسب مصرف سیگار و سابقه اصرار همسالان**

| سابقه اصرار همسالان | مصرف سیگار | | |
|---|---|---|---|
| | تعداد موارد سیگاری | تعداد موارد غیر سیگاری | تعداد کل |
| دارد | ٦۷ (۲۷/۳) | ۳۳ (۷۲/۷) | ۱۰۰ |
| ندارد | ۱۱۳ (۱۵۲/۷) | ٤٤٦ (٤۰٦/۳) | ۵۵۹ |
| تعداد کل | ۱۸۰ | ٤۷۹ | ٦۵۹ |

فراوانی‌های مورد انتظار در داخل پرانتز آورده شده‌اند.

منبع: [٦]

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، **جمع سطری، ستونی و کل خانه‌های جدول برای فراوانی‌های مشاهده شده و مورد انتظار یکسان است.** حال سوال مورد فوق مبنی بر رابطه بین سابقه اصرار همسالان و مصرف سیگار را می‌توان این گونه مطرح کرد که برای اولین خانه جدول، فراوانی مشاهده شده‌ی ٦۷ چقدر از فراوانی مورد انتظار ۲۷/۳۹ فاصله دارد؟ برای این منظور، مشابه محاسبات کای‌دوی یک طرفه، نیاز است تفاوت مقادیر مشاهده شده از مقادیر مورد انتظار را به‌دست آورد، آن‌را به توان ۲ رساند و آن‌را بر مقادیر مورد انتظار تقسیم نمود (جدول ۷):

**جدول ۷- اجزای سازنده شاخص کای‌دو بر حسب مصرف سیگار و سابقه اصرار همسالان**

| سابقه اصرار همسالان | مصرف سیگار | |
|---|---|---|
| | تعداد موارد سیگاری | تعداد موارد غیر سیگاری |
| دارد | (٦۷ –۲۷/۳)$^{2}$ ÷ ۲۷/۳ = ۵۷/۷ | (۳۳ –۷۲/۷)$^{2}$ ÷ ۷۲/۷ = ۲۱/۷ |
| ندارد | (۱۱۳ –۱۵۲/۷)$^{2}$ ÷ ۱۵۲/۷ = ۱۰/۳ | (٤٤٦ –٤۰٦/۳)$^{2}$ ÷ ٤۰٦/۳ = ۳/۹ |

منبع: [٦]

حال مقادیر حاصل از محاسبات موجود در جدول فوق، به صورت زیر با هم جمع می‌شوند:

**۵۷/۷ + ۲۱/۷ + ۱۰/۳ + ۳/۹ = ۹۳/۷٦**

این عدد همان مقدار شاخص کای‌دو است که در حالت کلی با فرمول زیر ارائه می‌شود:

$$\chi^{2} = \sum \frac{(O - E)^{2}}{E}$$

که در آن جمع روی تمام خانه‌های جدول تعریف می‌شود. همان‌طور که اشاره شد، **فرمول کای‌دو بر اساس مجموع روی اختلاف استاندارد شده بین فراوانی‌های مشاهده شده و مورد انتظار خانه‌های جدول ساخته می‌شود.**

برای تعیین معنی‌داری این شاخص ابتدا نیاز است که درجه آزادی آن مشخص شود. درجه آزادی برای جداول توافقی دو طرفه با همان منطقی که برای کای‌دوی یک طرفه مطرح شد، به دست می‌آید یعنی برابر تعداد رده‌های متغیر مورد بررسی منهای یک می‌باشد با این تفاوت که در کای‌دوی دو طرفه چون دو متغیر دخیل هستند، این فرمول برای هر یک از این متغیرها به‌کار می‌رود و در نهایت با یکدیگر ضرب می‌شوند:

$$\mathbf{df = (r-۱)\times(c-۱)}$$

که در آن r و c به ترتیب تعداد رده‌های متغیرهای سطر و ستون هستند. بر اساس فرمول به دست آمده، درجه آزادی برای مثال حاضر به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\mathbf{df = (۲-۱)\times(۲-۱) = ۱}$$

مقدار جدولی کای‌دو با یک درجه آزادی و سطح خطای ۰/۰۵ برابر ۳/۸٤ است (جدول ضمیمه ۱) و در نتیجه با توجه به این که شاخص کای‌دوی محاسبه شده از کای‌دوی جدول بزرگتر است، فرض صفر رد می‌شود (P-Value >۰/۰۰۱) یعنی بین سابقه اصرار همسالان و کشیدن سیگار رابطه معنی‌داری وجود داشت و یا این که نسبت کشیدن سیگار در دو گروه از افراد با و بدون سابقه اصرار همسالان به صورت معنی‌داری اختلاف داشت.

**نکته:**

برای محاسبه P-Value، با مراجعه به جدول ضمیمه ۱، به ازای یک درجه آزادی، ملاحظه می‌شود که برای سطح معنی‌داری ۰/۰۰۱ نیز مقدار کای‌دوی مشاهده شده (۹۳/٦) از مقدار جدولی کای‌دو (۱۰/۸۳) بزرگتر است. به‌عبارت دیگر، P-Value حتی از ۰/۰۰۱ نیز کوچک‌تر خواهد بود.

**نحوه ارائه کردن نتایج برای آزمون کای‌دو:**

برای ارائه نتایج، می‌توان جدول ۸ را به کار برد:

**جدول ۸- رابطه رفتار مصرف سیگار و سابقه اصرار همسالان**

| سابقه اصرار همسالان | مصرف سیگار | | مقدار شاخص کای‌دو | درجه آزادی | P-Value |
|---|---|---|---|---|---|
| | تعداد موارد سیگاری | تعداد موارد غیر سیگاری | | | |
| دارد | ٦٧ (٦٧/۰) | ۳۳ (۳۳/۰) | ۹۳/٦ | ۱ | <۰/۰۰۱ |
| ندارد | ۱۱۳ (۲۰/۲) | ٤٤٦ (۷۹/۸) | | | |

منبع: [٦]

**تصحیح پیوستگی یتس (Yates continuity correction)**

همان‌طور که مشاهده شد، شاخص آزمون کای دو دارای یک توزیع احتمالی به نام کای دو است که این توزیع یک منحنی پیوسته و هموار می‌باشد (شکل ۱). در عمل یک جدول توافقی وجود دارد که شمارش‌های موجود در خانه‌های جدول به عنوان اجزای سازنده شاخص آزمون هستند (که در واقع این شمارش‌ها رخدادهای دوحالتی با توزیع احتمالی برنولی [۵] هستند). به دلیل شمارشی بودن این مشاهدات از توزیع پواسن یا دوجمله‌ای تبعیت می‌کنند که توزیع‌های احتمالی گسسته هستند [۵]. حال آن که توزیع نهایی شاخص آزمون که تقریبی از توزیع‌های مزبور (یک مرحله پس از تقریب آنها با توزیع نرمال (قضیه حد مرکزی) [۵]) فراهم می کند، یک توزیع پیوسته و هموار است. زمانی که حجم نمونه بزرگ باشد، این تقریب به خوبی صورت می‌گیرد ولی زمانی که **حجم نمونه کوچک** باشد تقریب مورد نظر مناسب نخواهد بود. برای دستیابی به **تقریب بهتر** استفاده از **تصحیح پیوستگی یتس** پیشنهاد می گردد. این تصحیح تغییر کوچکی در فرمول محاسباتی کای‌دو ایجاد می‌شود (ضمیمه ۲) و معمولاً باعث کاهش در مقدار کای‌دو و در نتیجه افزایش در مقدار P-Value آزمون می‌گردد. مثلاً برای مثال ۳، مقدار کای‌دو با تصحیح پیوستگی یتس برابر ۹۱/۷ به دست می‌آید (ضمیمه ۲) که مقدار آن اندکی کوچکتر از کای‌دوی پیرسون (۹۳/٦) می‌باشد.

**آزمون دقیق فیشر**

نتایج آزمون کای‌دوی پیرسون زمانی معتبر است که **فراوانی مورد انتظار در بیشتر خانه‌های جدول (بیش از ۸۰ درصد) باید بزرگتر از ۵ باشد و هیچ یک از خانه‌های جدول نباید فراوانی مورد انتظار کمتر از یک داشته باشد.** شرط‌های فوق به **شرط‌های ککران** معرف هستند [۷]. این موضوع به این معنی است که برای نمونه‌های کوچک (معمولاً کمتر از ۳۰) بایستی مراقب استفاده از این آزمون بود. در جداول ۲×۲، حتی یک از خانه‌های جدول فراوانی مورد انتظار کوچک‌تر از ۵ داشته باشند (۲۵٪)، شرایط فوق برقرار نخواهد بود. این موضوع معمولاً در نمونه‌های کوچک یا در جداول نامتعادل از لحاظ فراوانی مشاهده شده رخ می‌دهد.

همان‌طور که اشاره شد، برای نمونه‌های کوچک برای تقریب بهینه‌تر شاخص کای‌دو باید از تصحیح پیوستگی یتس استفاده کرد. اما به هر حال در صورتی شرط‌های ککران برقرار نباشد استفاده از تصحیح پیوستگی یتس تضمینی برای اعتبار شاخص کای‌دو فراهم نمی‌کند.

بنابراین در صورتی که **این شرط‌ها برقرار باشند می‌توان کای‌دوی پیرسون را محاسبه کرد، در غیر این صورت باید از آزمون دقیق فیشر استفاده کرد.** در این آزمون به‌دلیل محاسبه احتمال دقیق رابطه بین دو متغیر یا اختلاف بین نسبت‌ها، محدودیت حجم نمونه وجود ندارد.

**مثال ٤**

در مطالعه‌ای باهدف مقایسه پارامترهای سونوگرافی سرویکس در پیشگویی زایمان زودرس در زنان باردار پرخطر [۸]، یکی از اهداف اختصاصی آن بررسی رابطه وجود غدد سرویکال با زایمان زودرس (قبل از ۳۷ هفته) بود که داده‌های حاصل از این ارزیابی در جدول ۹ خلاصه شده است:

با استفاده از فرمول‌های ارائه شده، فراوانی‌های مورد انتظار برای خانه‌های جدول به صورت جدول ۱۰ خواهند بود:

**جدول ۹- فراوانی های مشاهده شده مطالعه بررسی رابطه وجود غدد سرویکال با زایمان زودرس**

| | | وجود غدد سرویکال | | |
|---|---|---|---|---|
| | | + | - | جمع |
| **زایمان زودرس** | قبل از ۳۷ هفته | ۱ | ٦ | ۷ |
| | بعد از ۳۷ هفته | ۱۸۸ | ٥ | ۱۹۳ |
| | جمع | ۱۸۹ | ۱۱ | ۲۰۰ |

منبع: [۸]

**جدول ۱۰- فراوانی های مشاهده شده و مورد انتظار مطالعه بررسی رابطه وجود غدد سرویکال با زایمان زودرس**

| | | وجود غدد سرویکال | | |
|---|---|---|---|---|
| | | + | - | جمع |
| **زایمان زودرس** | قبل از ۳۷ هفته | ۱ (٦/٦) | ٦ (۰/٤) | ۷ |
| | بعد از ۳۷ هفته | ۱۸۸ (۱۸۲/٤) | ٥ (۱۰/٦) | ۱۹۳ |
| | جمع | ۱۸۹ | ۱۱ | ۲۰۰ |

فراوانی‌های مورد انتظار در داخل پرانتز ارائه شده‌اند.

منبع: [۸]

پس از محاسبه اجزای آزمون کای‌دو و جمع نمودن آنها، مقدار شاخص آزمون کای دو برابر ۸۹/۸ به‌دست می‌آید که در مقایسه با شاخص جدولی کای دو با یک درجه آزادی یعنی ۳/۸٤ (جدول ۱ ضمیمه)، این نتیجه حاصل

شد که بین وجود غدد سرویکال با زایمان زودرس رابطه معنی‌داری وجود داشت (P-Value < ۰/۰۰۱).

اما به‌دلیل اینکه در یکی از خانه‌های جدول (۲۵٪) فراوانی مورد انتظار کوچک‌تر از ۵ وجود داشت (خانه دوم جدول)، بنابراین شرایط ککران برقرار نیست و در نتیجه در این مورد بر اساس محاسبات P-Value آزمون دقیق فیشر، ۰/۰۰۱ > P به‌دست می‌آید (ضمیمه ۳) که نتیجه این آزمون هم رابطه معنی‌دار بین وجود غدد سرویکال با زایمان زودرس را تایید نمود.

شایان ذکر است اگر چه در این مورد نتایج یکسان بود ولی در همه موقعیت‌ها لزوماً نتایج یکسان نخواهند بود. بنابراین زمانی که شرایط ککران برقرار نباشد، بر اساس متدلوژی صحیح و به منظور دستیابی به نتیجه معتبر باید از آزمون دقیق استفاده شود. نکته دیگری که در این مثال قابل ملاحظه است، عدم برقراری شرایط ککران حتی برای حجم نمونه بزرگ (n = ۲۰۰) می‌باشد؛ همان‌طور که اشاره شد برای جداول نامتعادل (نظیر زمانی که پیامدها به‌صورت نادر رخ می‌دهند) نیز ممکن است شرایط ککران برقرار نباشد.

### آزمون کای‌دو برای جداول کلی(r×c)

در آزمون معرفی شده برای آزمون کای‌دو، متغیرهای مورد بررسی دوحالتی بودند که یک جدول ۲×۲ را تشکیل می‌داد. در برخی از موقعیت‌های مطالعاتی، ممکن است مواجهه یا پیامد بیشتر از دو حالت داشته باشند که به ترتیب متغیرهای سطری یا ستونی بیش از دو حالتی را نتیجه می‌دهند که در حالت کلی یک جدول r×c (برای r وc بزرگتر از ۲) را ایجاد می‌کنند. در این موقعیت‌های مطالعاتی نیز هدف بررسی رابطه بین متغیرهای سطری و ستونی و یا مقایسه نسبت‌ها میان گروه‌ها است. این امکان وجود دارد که متغیرهای سطری یا ستونی در قالب مقیاس اسمی یا رتبه‌ای ارزیابی شوند که به ترتیب آزمون کای‌دو معمولی برای جداول r×c و آزمون کای‌دوی روند را نتیجه می‌دهند. آزمون روند در بخش بعدی معرفی می‌شود. نحوه انجام محاسبات برای آزمون کای‌دو برای جداول r×c دقیقا مشابه محاسبات آزمون کای‌دو برای جداول ۲×۲ (مثال ۳) است.

**مثال ۵**

فراوانی مرگ‌های ناشی از سرطان کولون در مراحل ۱، ۲، ۳ و ٤ سرطان کولورکتال در جدول زیر خلاصه شده‌اند (جدول ۱۱) [۱]. هدف، بررسی رابطه بین مرحله سرطان و مرگ ناشی از سرطان کولورکتال یا بررسی اختلاف نسبت مرگ میان مراحل مختلف سرطان می‌باشد:

**جدول ۱۱- فراوانی مرگ افراد مبتلا به سرطان کولون برحسب مرحله پاتولوژیک تومور**

| مرحله پاتولوژیک تومور | میزان مرگ ومیر ناشی از سرطان کولون | | فراوانی کل |
|---|---|---|---|
| | فراوانی مرگ و میر | فراوانی افراد زنده | |
| I | ١٦ | ٦٨ | ٨٤ |
| II | ٧٣ | ٢٧٤ | ٣٤٧ |
| III | ٩٤ | ٢٣٩ | ٣٣٣ |
| IV | ٥٥ | ٤٣ | ٩٨ |
| فراوانی کل | ٢٣٨ | ٦٢٤ | ٨٦٢ |

منبع: [۹]

ابتدا با استفاده از فرمول

**فراوانی کل ÷ (جمع فراوانی سطری متناظر × جمع فراوانی ستونی متناظر) = فراوانی مورد انتظار**

فراوانی‌های مورد انتظار برای خانه‌های جدول محاسبه می‌شود، مثلاً برای خانه اول جدول، فراوانی مورد انتظار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

۲۳/۲ = ۸٦۲ ÷ (۸٤ × ۲۳۸) =فراوانی مورد انتظار خانه اول نتایج محاسبات در جدول ۱۲ خلاصه شده است:

**جدول ۱۲- فراوانی‌های مورد انتظار و مقادیر مولفه‌های کای‌دو برحسب مرگ ومیر و مراحل سرطان کولورکتال**

| مرحله پاتولوژیک تومور | میزان مرگ ومیر ناشی از سرطان کولون | | فراوانی کل |
|---|---|---|---|
| | فراوانی مرگ و میر | فراوانی افراد زنده | |
| I | ۱٦ (۲۳/۲)<br>۲/۲ | ٦۸ (٦۰/۸)<br>۰/۹ | ۸٤ |
| II | ۷۳ (۹۵/۸)<br>۵/٤ | ۲۷٤ (۲۵۱/۲)<br>۲/۱ | ۳٤۷ |
| III | ۹٤ (۹۱/۹)<br>۰/۰۵ | ۲۳۹ (۲٤۱/۱)<br>۰/۰۱ | ۳۳۳ |
| IV | ۵۵ (۲۷/۱)<br>۲۸/۷ | ٤۳ (۷۰/۹)<br>۱۱/۰ | ۹۸ |
| فراوانی کل | ۲۳۸ | ٦۲٤ | ۸٦۲ |

فراوانی‌های مورد انتظار در داخل پرانتز و مقادیر مولفه‌های کای‌دو در سطر دوم گزارش شده‌اند.
منبع: [۹]

**۵۰/٤ = ۱۱/۰ + ۲۸/۷ + ۰/۰۱ + ۰/۰۵ + ۲/۱ + ۵/٤ + ۰/۹ + ۲/۲**

برای تعیین معنی‌داری این شاخص ابتدا درجه آزادی آن با فرمول زیر

**df = (r–۱)×(c–۱) = (٤–۱) × (۲–۱) =۳**

مقدار جدولی کای‌دو با سه درجه آزادی و سطح خطای ۰/۰۵ برابر ۷/۸۱ است (جدول ضمیمه ۱) و در نتیجه با توجه به این که شاخص کای دوی محاسبه شده از کای دوی جدول بزرگتر است، فرض صفر رد می‌شود (P-Value <۰/۰۰۱) یعنی بین مرحله سرطان و مرگ ناشی از سرطان کولورکتال رابطه‌ی معنی‌داری وجود داشت.

**نکته:**

برای بیان تفسیر دوم یعنی تفسیر مبتنی بر اختلاف نسبت‌ها در آزمون کای‌دو برای جداول بزرگتر از ۲×۲ نیاز است از **اطلاعات کمکی** استفاده شود. به عبارت دیگر، آزمون کای‌دو (بر خلاف آزمون همبستگی پیرسون یا اسپیرمن [۱۰])، ملاکی از جهت و ماهیت رابطه به دست نمی‌دهد. به‌عنوان مثال، برای مطالعه فوق صرفاً بر اساس مقدار آزمون کای‌دو نمی‌توان تعیین کرد که نسبت‌ها با افزایش مرحله سرطان افزایش می‌یابند یا خیر و فقط می‌توان بیان نمود که **حداقل یکی از مراحل سرطان با سایر مراحل،** نسبت مرگ **متفاوتی** داشته است.

بر اساس این نتیجه یعنی معنی‌داری کای‌دو برای جداول بزرگتر از ۲×۲ بررسی دو مورد زیر حائز اهمیت است:

۱) مشابه با آنچه در تحلیل واریانس برای متغیرهای پیامد کمی مطرح شد [۱۱]، نیاز است **آزمون‌های تعقیبی** برای مقایسه‌دو به دوی گروه‌ها صورت گیرد تا عامل اختلاف مشخص شود. برای این منظور می‌توان از آزمون کای‌دو با انتخاب دو به دوی گروه‌هایی که هدف مقایسه صرف آن دو گروه است، **عامل اختلاف** را جستجو کرد. لازم به ذکر است در این مورد نیز نیاز است برای **تصحیح نرخ خطا** از یکی از روش‌های بونفرونی یا هوچبرگ استفاده کرد [۵].

برای مثال مطالعاتی فوق، مقایسه دو به دوی بین مراحل مختلف سرطان نتایج زیر را حاصل می‌کند (جدول ۱۳):

**مقایسه مراحل ۱ و۲:**

جدول ۱۳- فراوانی‌های مورد انتظار و مقادیر مولفه‌های کای‌دو برحسب مرگ ومیر و مراحل سرطان کولورکتال

| مرحله پاتولوژیک تومور | میزان مرگ ومیر ناشی از سرطان کولون | | فراوانی کل |
|---|---|---|---|
| | فراوانی مرگ و میر | فراوانی افراد زنده | |
| I | ١٦ (١٧/٣) | ٦٨ (٦٦/٧) | ٨٤ |
| | ۰/١۰ | ۰/۰٢ | |
| II | ٧٣ (٧١/٧) | ٢٧٤ (٢٧٥/٣) | ٣٤٧ |
| | ۰/۰٢ | ۰/۰١ | |
| فراوانی کل | ٨٩ | ٣٤٢ | ٤٣١ |

فراوانی‌های مورد انتظار در داخل پرانتز و مقادیر مولفه‌های کای‌دو در سطر دوم گزارش شده‌اند.

منبع: [۹]

**۰/۱۵ = ۰/۰۱ + ۰/۰۲ + ۰/۰۲ + ۰/۱۰**

برای این مقایسه با توجه به این که شاخص کای‌دوی محاسبه شده از کای‌دوی جدول با یک درجه آزادی (٣/٨٤) کوچک‌تر است، فرض صفر پذیرفته می‌شود (P-Value = ۰/٦٨٦) یعنی نسبت مرگ ناشی از سرطان کولورکتال بین مراحل اول و دوم اختلاف معنی‌داری نشان نداد.

برای مقایسه مراحل اول و دوم و سایر مقایسه‌ها نتایج در جدول زیر (جدول ١٤) خلاصه شده است:

جدول ۱۴- نتایج مقایسه دو به دوی مراحل سرطان کولورکتال در نسبت مرگ و میر به همراه تصحیح بونفرونی و هوچبرگ

| مقایسه | $\chi^2_{(1)}$ | P-Value | Bonferoni P-Value | Hochberg P-Value |
|---|---|---|---|---|
| مراحل ١ و ٢ | ۰/١٥ | ۰/٦٨٦ | ١/۰۰۰ | ١/۰۰۰ |
| مراحل ١ و ٣ | ٢/٩١ | ۰/۰٨٨ | ۰/٥٢٨ | ۰/٤٤۰ |
| مراحل ١ و ٤ | ٢٦/١٣ | ۰/۰۰١ > | ۰/۰۰١ > | ۰/۰۰١ > |
| مراحل ٢ و ٣ | ٤/٧٤ | ۰/۰٢٩ | ۰/١٧٤ | ۰/١١٦ |
| مراحل ٢ و ٤ | ٤٥/٩١ | ۰/۰۰١ > | ۰/۰۰١ > | ۰/۰۰١ > |
| مراحل ٣ و ٤ | ٢٦/۰٥ | ۰/۰۰١ > | ۰/۰۰١ > | ۰/۰۰١ > |

Bonferoni P-Value با ضرب P-Value در تعداد مقایسه‌ها یعنی ٦ به دست آمده است [٣].

Hochberg P-Value با ضرب P-Value در تعداد مقایسه‌ها یعنی ٦ تقسیم بر شماره ترتیب P-Value هایی که به ترتیب نزولی مرتب شده‌اند، به دست آمده است [٣].

بر اساس نتایج به دست آمده بر اساس تصحیح‌های بونفرونی و همچبرگ، بین مراحل ١ و ٤، بین مراحل ٢ و ٤ و بین مراحل ٣ و ٤ اختلاف معنی‌داری مشاهده شد.

٢) اطلاعات کمکی برای تعیین جهت یا ماهیت رابطه شامل نسبت‌ها یا درصدهای محاسبه شده در هر یک از خانه‌های جدول، و یا در حالت بهتر مانده‌های (residuals) محاسبه شده در آنها می‌باشند. مانده‌ها اختلاف مقادیر مشاهده شده از مقادیر مورد انتظار متناظر در هر یک از خانه‌های جدول می‌باشند. پس از استاندارد کردن، این مانده‌ها توزیع نرمال استاندارد خواهند داشت [۵]. برای استاندارد کردن مانده‌های خام به جذر فراوانی مورد انتظار در آن خانه جدول تقسیم می‌شود:

**= مانده خام**

**فراوانی مورد انتظار - فراوانی مشاهده شده**

**= مانده استاندارد شده**

**(فراوانی مورد انتظار) √÷ مانده خام**

مقادیر مثبت و منفی این مانده‌ها به ترتیب وجود فراوانی پیامد به ترتیب بیشتر و کمتر از مورد انتظار را در خانه‌های جدول نشان می‌دهد. معمولاً **مقادیر مطلق بزرگ‌تر از ۲ مانده‌ها** قابل ملاحظه در نظر گرفته می‌شود.

**مثال ٦**

برای مثال ۵، درصد مرگ ناشی از سرطان کولون در مراحل ۱، ۲، ۳ و ٤ سرطان به ترتیب برابر ۱۹/۰٪، ۲۱/۰٪ ، ۲۸/۲٪ و ٥٦/۱ به دست می‌آیند که یک روند افزایشی در میزان مرگ ناشی از سرطان کولون را با افزایش رتبه‌های متغیر مرحله پاتولوژیک تومور، نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، با استفاده از این اطلاع کمکی جهت رابطه مشخص شده است.

برای محاسبه مانده‌های خام، فراوانی مشاهده شده منهای فراوانی مورد انتظار می‌شود و در نهایت برای استاندارد کردن آن این تفاضل به جذر فراوانی مورد انتظار تقسیم می‌شود. به‌عنوان مثال، برای خانه اول جدول محاسبات به‌صورت زیر خواهد بود:

**= مانده خام**

**۱٦ - ۲۳/۲ = - ۷/۲**

**= مانده استاندارد شده**

**(۱٦ - ۲۳/۲) ÷√ (۲۳/۲) = (- ۷/۲) ÷√ (۲۳/۲) = - ۱/۵**

نتایج محاسبات مانده‌های خام واستاندارد شده این مثال نیز در جدول ۱۵ خلاصه شده‌اند:

**جدول ۱۵- فراوانی‌های مورد انتظار و مقادیر مولفه‌های کای‌دو برحسب مرگ ومیر و مراحل سرطان کولورکتال**

| مرحله پاتولوژیک تومور | میزان مرگ ومیر ناشی از سرطان کولون: فراوانی مرگ و میر | فراوانی افراد زنده | فراوانی کل |
|---|---|---|---|
| | ۱٦ (۲۳/۲) | ٦۸ (٦۰/۸) | |
| I | - ۷/۲ | ۷/۲ | ۸٤ |
| | - ۱/۵ | ۰/۹ | |
| | ۷۳ (۹۵/۸) | ۲۷٤ (۲۵۱/۲) | |
| II | - ۲۲/۸ | ۲۲/۸ | ۳٤۷ |
| | - ۲/۳ | ۱/٤ | |
| | ۹٤ (۹۱/۹) | ۲۳۹ (۲٤۱/۱) | |
| III | ۲/۱ | - ۲/۱ | ۳۳۳ |
| | ۰/۲ | - ۰/۱ | |
| | ٥٥ (۲۷/۱) | ٤۳ (۷۰/۹) | |
| IV | ۲۷/۹ | - ۲۷/۹ | ۹۸ |
| | ٥/٤ | - ۳/۳ | |
| فراوانی کل | ۲۳۸ | ٦۲٤ | ۸٦۲ |

فراوانی‌های مورد انتظار در داخل پرانتز و مانده‌های خام در سطر دوم و مانده‌های استاندارد شده در سطر سوم گزارش شده‌اند.

منبع: [۹]

همان طور که ملاحظه می‌شود، برای خانه‌های مرگ در مرحله ۲ و مخصوصاً خانه‌های مرگ و زنده بودن افراد در مرحله ٤ سرطان، مقادیر مطلق مانده‌ها از ۲ بزرگ‌تر شده است و نشان می‌دهد که این خانه‌های جدول باعث بزرگ شدن مقدار کای‌دو و در نتیجه معنی‌داری آن شده‌اند. در خانه‌های‌مرگ در مرحله ۲ و زنده بودن در مرحله ٤، به دلیل منفی بودن مانده‌ها، فراوانی مشاهده شده کوچک‌تر از فراوانی‌ای است که انتظار آن می‌رفت و در خانه مرگ در

مرحله ٤، به‌دلیل مثبت بودن مانده، فراوانی مشاهده شده بزرگتر از فراوانی‌ای است که انتظار آن می‌رفت.

نکته

۱) نحوه ارائه یافته‌ها برای این جداول نیز مشابه نحوه ارائه یافته‌ها برای جداول ۲ × ۲ می‌باشد.

۲) در جداول r×c، اگر شرایط ککران برقرار نباشد، P-Value آزمون دقیق فیشر تعمیم‌یافته یا دقیق پیرسون برای بررسی رابطه استفاده خواهد شد.

آزمون کای‌دو برای روند: همان‌طور که اشاره شد، زمانی که متغیرهای سطری یا ستونی در قالب مقیاس رتبه‌ای ارزیابی شوند آزمون کای‌دوی روند باید استفاده شود که این آزمون تا حدود زیادی به آزمون همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن [۱۰] می‌باشد. در این آزمون به‌دلیل اینکه از اطلاعات موجود در رتبه‌های موجود در متغیر استفاده می‌کند، معمولاً از کای‌دوی معمولی حسایت بیشتری دارد. تفاوت دیگر این آزمون با کای‌دوی معمولی در این است که درجه آزادی این آزمون همواره برابر یک است.

از لحاظ هدف پژوهشی مورد بررسی، آزمون کای‌دوی روند در مقایسه با آزمون کای‌دوی معمولی برای جداول r×c، که هدف از آن بررسی این است که آیا نسبت میان گروه‌های مورد بررسی متفاوت است یا خیر، این هدف را دنبال می‌کند که آیا در نسبت‌های موجود در گروه‌ها یک روند افزایش یا کاهشی وجود دارد یا خیر.

فرمول محاسباتی آزمون کای‌دوی روند بر اساس همبستگی پیرسون به دست می‌آید (ضمیمه ٤) که به نوعی اطلاعات مرتبط با رتبه در دو متغیر سطر و ستون را در محاسبات لحاظ می‌کند. یکی از شکل‌های این آزمون توسط منتل و هنزل معرفی شد [۱۲].

**مثال ۷:**

با مراجعه به مثال ۵، فراوانی مرگ‌های ناشی از سرطان کولون در مراحل ۱، ۲، ۳ و ٤ سرطان کولورکتال در جدول ١٦ خلاصه شده‌اند [۱]. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، میزان مخاطره مرگ ناشی از سرطان کولون در مراحل ۱، ۲، ۳ و ٤ سرطان کولورکتال به ترتیب برابر ۱۹/۰٪، ۲۱/۰٪، ۲۸/۲٪ و ٥٦/۱ به‌دست آمد که یک روند افزایش در مخاطره مرگ ناشی از سرطان کولون را با افزایش رتبه‌های متغیر مرحله پاتولوژیک تومور، نشان می‌دهد. در مثال ۵، هدف بررسی رابطه بین مرگ و میر ناشی از سرطان کولورکتال یا مقایسه نسبت‌های مرگ میان مراحل سرطان بود که با استفاده از آزمون کای‌دوی معمولی بررسی شد. در این مثال، به‌منظور بررسی روند، آزمون کای‌دوی روند استفاده خواهد شد (جدول ١٦):

**جدول ۱۶- فراوانی مرگ افراد مبتلا به سرطان کولون برحسب مرحله پاتولوژیک تومور**

| مرحله پاتولوژیک تومور | میزان مرگ و میر ناشی از سرطان کولون | | | فراوانی کل |
|---|---|---|---|---|
| | فراوانی مرگ و میر | فراوانی افراد زنده | میزان خطر (٪) | |
| I | ١٦ | ٦٨ | ۱۹/۰ | ٨٤ |
| II | ۷۳ | ۲۷٤ | ۲۱/۰ | ۳٤۷ |
| III | ۹٤ | ۲۳۹ | ۲۸/۲ | ۳۳۳ |
| IV | ٥٥ | ٤۳ | ٥٦/۱ | ۹۸ |
| فراوانی کل | ۲۳۸ | ٦۲٤ | ۱۰۰ | ٨٦۲ |

منبع: [۹]

برای این جدول مقدار r برابر ۰/۲۱ [۱۰] و مقدار شاخص کای‌دوی روند ٣٦/٦ به دست می‌آید (ضمیمه ۵). برای تعیین معنی‌داری این شاخص مقدار جدولی کای‌دو با یک درجه آزادی و سطح خطای ۰/۰۵ برابر ۳/۸٤ است (جدول ضمیمه ۱) و در نتیجه با توجه به این که شاخص کای‌دوی محاسبه شده از کای‌دوی جدول بزرگ‌تر است، فرض صفر رد می‌شود (P-Value <۰/۰۰۱) یعنی نسبت مرگ ناشی از سرطان کولورکتال در مراحل مختلف سرطان روند معنی‌داری نشان داد. با استفاده از اطلاع کمکی نسبت‌های مرگ در جدول، ملاحظه می‌شود که این روند

صعودی است یعنی با افزایش مراحل سرطان، نسبت مرگ با روند معنی‌داری افزایش می‌یابد.

نکته:

۱) نحوه ارائه یافته‌ها برای این آزمون نیز مشابه نحوه ارائه یافته‌ها برای آزمون کای‌دوی معمولی می‌باشد.

۲) همان‌طور که در مثال ۵ ملاحظه شد مقدار شاخص کای‌دوی پیرسون برابر ٥٠/٤ با ۳ درجه آزادی به دست آمد ولی در آزمون روند (مثال ٦) مقدار شاخص کای‌دوی روند برابر ٣٦/٦ با ۱ درجه آزادی به‌دست آمد. در آزمون روند به‌دلیل وجود یک درجه آزادی برای شاخص کای‌دو که مقادیر کوچک‌تری را برای P در مقایسه با درجات آزادی بزرگتر فراهم می‌کند، معمولاً حساسیت بالاتری را فراهم می‌کند.

۳) برای این آزمون، نیازی شرایط ککران برقرار باشد به عبارت دیگر، ملاحظات حجم نمونه برای خانه‌های انفرادی جدول وجود ندارد و کافیست حجم نمونه کل از ۳۰ بزرگتر باشد.

**ملاحظات آزمون کای‌دو:**

۱) برای بررسی رابطه بین دو متغیر کیفی، آزمون کای‌دو در انواع مطالعات شامل مقطعی، مورد-شاهدی، همگروهی و کارآزمایی بالینی قابل به‌کارگیری است.

۲) شاخص آزمون کای‌دو بر اساس منطقی دیگر به‌نام درست‌نمایی نیز به‌دست می‌آید که اصطلاحاً به آن آزمون درست‌نمایی کای‌دو (Likelihood Ratio Chi Squared Test) گفته می‌شود و نتایج آن مخصوصاً برای حجم نمونه‌های بزرگ بسیار مشابه با کای دوی پیرسون می‌باشد [۱۳].

۳) از **پیش‌فرض‌های** مهم استفاده از آزمون کای‌دو **استقلال گروه‌های مطالعه** از یکدیگر می‌باشد. یعنی پیامدها در گروه‌های مختلف مطالعه مستقل از یکدیگر اندازه‌گیری می‌شود.

**آزمون مک‌نمار (McNemar)**

همان‌طور که اشاره شد، از پیش‌فرض‌های مهم استفاده از آزمون کای‌دو استقلال گروه‌های مطالعه از یکدیگر می‌باشد. زمانی که این پیش‌فرض برقرار نباشد، نیاز است آزمون‌های استفاده شود که مبتنی بر وابسته بودن اندازه‌گیری‌ها عمل می‌کنند. زمانی که در مطالعه‌ای هدف **مقایسه یک پیامد دوحالتی در دو وضعیت وابسته** باشد **آزمون مک‌نمار** استفاده می‌شود. این آزمون مخصوصاً برای بررسی تغییرات ناشی از مداخله روی یک پیامد دو حالتی مناسب است. موقعیت‌های دیگری که این آزمون قابل استفاده است مقایسه پیامدهای دوحالتی در مطالعات مورد-شاهدی و همگروهی همسان شده می‌باشد [۱۳].

منطق محاسباتی آزمون مک‌نمار دقیقاً همان منطق محاسباتی آزمون کای‌دو است. با این تفاوت که برای انجام محاسبات در آزمون مک‌نمار، تنها دو خانه از جدول مورد نیاز هستند که این دو خانه از جدول، تفاوت‌های موجود یا تغییرات ایجاد شده در مشاهدات را نشان می‌دهند.

**مثال ۸**

هدف از مطالعه‌ای بررسی تاثیر دوره و ناحیه تزریق روی شدت درد و کبودی ناشی از تزریق زیر جلدی هپارین می‌باشد. در این مطالعه یکی از اهداف اختصاصی، مقایسه وجود یا عدم کبودی بین دو ناحیه شکم و ران بود [۱٤]. داده‌های حاصل از این ارزیابی در جدول ۱۷ خلاصه شده است:

**جدول ۱۷- فراوانی‌های مشاهده شده وجود و عدم کبودی در دو ناحیه شکم و ران**

| | | کبودی ران | | فراوانی کل |
|---|---|---|---|---|
| | | وجود | عدم | |
| **کبودی شکم** | وجود | ٣٤ | ٤ | ٣٨ |
| | عدم | **٦** | ٤٦ | ٥٢ |
| فراوانی کل | | ٤٠ | ٥٠ | ٩٠ |

فراوانی‌های مورد انتظار در داخل پرانتز و مقادیر مولفه‌های کای دو در سطر دوم گزارش شده‌اند.

منبع : [١٤]

در ارزیابی‌های انجام شده تعداد ٣٤ نفر در هر دو ناحیه، ٦ نفر فقط در ناحیه ران، ٤ نفر فقط در ناحیه شکم کبودی داشتند و ٤٦ نفر در هیچ یک از دو ناحیه کبودی نداشتند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تفاوت بین دو ناحیه تنها در خانه‌های دو و سوم به ترتیب با فراوانی‌های مشاهده شده ٤ و ٦ وجود دارد.

در مجموع ١٠ نفر تفاوت در ناحیه کبودی دارند و در صورتی که این انتظار وجود داشته باشد که بین دو ناحیه تفاوت وجود نداشته باشد، در این صورت این نفر به طور مساوی (٥ نفر) بین دو وضعیت کبودی در شکم و ران تقسیم می‌شوند. با این حال، آن چیزی که در عمل مشاهده شده است (یعنی ٤ و ٦ به ترتیب برای کبودی شکم و ران) متفاوت از مقدار ٥ فراوانی مورد انتظار است. در این مورد این سوال وجود دارد که آیا این تفاوت شانسی است یا خیر؟ آزمون مک‌نمار برای به دست آوردن این احتمال تحت فرضیه صفر (عدم تفاوت) به‌کار می‌رود. به‌عبارت دیگر، برای انجام محاسبات در این آزمون، شرایطی مشابه با آزمون کای‌دو در نظر گرفته می‌شود. با این تفاوت که فقط خانه‌های مزبور مورد استفاده قرار می‌گیرند. یعنی با توجه به این که در مجموع ١٠ (=٦ + ٤) نفر در این دو خانه حضور دارند، بنابراین فراوانی‌های مورد انتظار تحت فرض برابری تغییرات در دو گروه برابر ٥ (=٢ ÷ ١٠) خواهد شد. در نتیجه مقدار شاخص کای‌دو برای دو خانه‌ی فوق به صورت زیر می‌باشد:

$$[(٦ - ٥)^{٢} \div (٥)] + [(٤ - ٥)^{٢} \div (٥)] = (١^{٢} \div ٥) + ((-١)^{٢} \div ٥)$$

$$= (١)^{٢} + (-١)^{٢} \div (٥)$$

$$= (٢\times (١)^{٢}) \div (٥)$$

با ضرب صورت و مخرج کسر در عدد ٢ و انجام برخی محاسبات ساده فرمول زیربنایی مک‌نمار به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$=(٦-٤)^{٢} \div (٦+٤)$$

که معمولاً این دو خانه با b و c نشان داده می‌شود و این فرمول در حالت کلی به صورت زیر است:

$$(b - c)^{2} \div (b + c)$$

همان‌طور که ملاحظه شد، این شاخص بر اساس فرمول پایه کای دو به‌دست آمد و در نتیجه توزیع احتمالی آن نیز کای دو است و به‌دلیل این که دو خانه در ساختن این فرمول نقش دارند، با همان منطقی که برای به‌دست آوردن درجه آزادی کای دو به‌کار رفت، درجه آزادی این آزمون همواره برابر ١ است.

برای تصمیم‌گیری در مورد این این مثال، با توجه به این که مقدار محاسبه شده شاخص از مقدار جدولی آن با یک درجه آزادی بزرگ‌تر است (٣/٨٤ > ٠/٤)، در نتیجه فرض صفر این آزمون پذیرفته می‌شود و در نتیجه وجود کبودی بین دو ناحیه شکم و ران تفاوت معنی‌داری نداشت (٠/٠٥ > P-Value).

## نتیجه‌گیری نهایی

به‌منظور بررسی **رابطه بین دو متغیر کیفی** آنها را در قالب یک جدول دوطرفه خلاصه نموده و به‌منظور بررسی رابطه بین آنها، با توجه به شرایط یکی از انواع **آزمون‌های کای دو** به‌کار می‌رود. علاوه بر آزمون کای دوی پیرسون در صورت برقراری برخی شرایط، برای نمونه‌های کوچک تصحیح پیوستگی یتس، برای عدم برقراری شرایط ککران محاسبه P-Value دقیق بر اساس آزمون‌های دقیق، برای متغیرهای کیفی رتبه‌ای آزمون کای دوی روند و برای وضعیت‌های وابسته آزمون کای دوی مک‌نمار توصیه می‌گردد. همچنین در استفاده از آزمون‌های کای دو برخی ملاحظات باید رعایت گردد.

## سپاسگزاری

از همکاری صمیمانه دانشکده بهداشت دانشگاه علوم پزشکی تبریز و همچنین از راهنمایی خانم دکتر شبنم سالک‌زمانی سپاسگزاریم. این مقاله منبع تأمین مالی نداشته است.

## ضمائم

**ضمیمه ۱: جدول مقادیر شاخص کای‌دو**

**جدول ۱- مقادیر شاخص کای‌دو به ازای درجات آزادی و سطوح مختلف خطا**

| درجه آزادی | سطح خطا | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **۰/۰۵** | **۰/۰۲۵** | **۰/۰۱** | **۰/۰۰۵** | **۰/۰۰۱** |
| **۱** | ۳/۸٤ | ۵/۰۲ | ٦/٦۳ | ۷/۸۸ | ۱۰/۸۳ |
| **۲** | ۵/۹۹ | ۷/۳۸ | ۹/۲۱ | ۱۰/٦۰ | ۱۳/۸۲ |
| **۳** | ۷/۸۱ | ۹/۳۵ | ۱۱/۳٤ | ۱۲/۸٤ | ۱٦/۲۷ |
| **٤** | ۹/٤۹ | ۱۱/۱٤ | ۱۳/۲۸ | ۱٤/۸٦ | ۱۸/٤۷ |
| **۵** | ۱۱/۰۷ | ۱۲/۸۳ | ۱۵/۰۹ | ۱٦/۷۵ | ۲۰/۵۲ |
| **٦** | ۱۲/۵۹ | ۱٤/٤۵ | ۱٦/۸۱ | ۱۸/۵۵ | ۲۲/٤٦ |
| **۷** | ۱٤/۰۷ | ۱٦/۰۱ | ۱۸/٤۸ | ۲۰/۲۸ | ۲٤/۳۲ |
| **۸** | ۱۵/۵۱ | ۱۷/۵۳ | ۲۰/۰۹ | ۲۱/۹۵ | ۲٦/۱۲ |
| **۹** | ۱٦/۹۲ | ۱۹/۰۲ | ۲۱/٦۷ | ۲۳/۵۹ | ۲۷/۸۸ |
| **۱۰** | ۱۸/۳۱ | ۲۰/٤۸ | ۲۳/۲۱ | ۲۵/۱۹ | ۲۹/۵۹ |
| **۱۲** | ۲۱/۰۳ | ۲۳/۳٤ | ۲٦/۲۲ | ۲۸/۳۰ | ۳۲/۹۱ |
| **۱٤** | ۲۳/٦۸ | ۲٦/۱۲ | ۲۹/۱٤ | ۳۱/۳۲ | ۳٦/۱۲ |
| **۱٦** | ۲٦/۳۰ | ۲۸/۸۵ | ۳۲/۰۰ | ۳٤/۲۷ | ۳۹/۲۵ |
| **۱۸** | ۲۸/۸۷ | ۳۱/۵۳ | ۳٤/۸۱ | ۳۷/۱٦ | ٤۲/۳۱ |
| **۲۰** | ۳۱/٤۱ | ۳٤/۱۷ | ۳۷/۵۷ | ٤۰/۰۰ | ٤۵/۳۱ |
| **۲۵** | ۳۷/٦۵ | ٤۰/٦۵ | ٤٤/۳۱ | ٤٦/۹۳ | ۵۲/٦۲ |
| **۳۰** | ٤۳/۷۷ | ٤٦/۹۸ | ۵۰/۸۹ | ۵۳/٦۷ | ۵۹/۷۰ |
| **۳۵** | ٤۹/۸۰ | ۵۳/۲۰ | ۵۷/۳٤ | ٦۰/۲۷ | ٦٦/٦۲ |
| **٤۰** | ۵۵/۷٦ | ۵۹/۳٤ | ٦۳/٦۹ | ٦٦/۷۷ | ۷۳/٤۰ |
| **٤۵** | ٦۱/٦٦ | ٦۵/٤۱ | ٦۹/۹٦ | ۷۳/۱۷ | ۸۰/۰۸ |
| **۵۰** | ٦۷/۵۰ | ۷۱/٤۲ | ۷٦/۱۵ | ۷۹/٤۹ | ۸٦/٦٦ |
| **٦۰** | ۷۹/۰۸ | ۸۳/۳۰ | ۸۸/۳۸ | ۹۱/۹۵ | ۹۹/٦۱ |
| **۷۰** | ۹۰/۵۳ | ۹۵/۰۲ | ۱۰۰/٤۳ | ۱۰٤/۲۱ | ۱۱۲/۳۲ |
| **۸۰** | ۱۰۱/۸۸ | ۱۰٦/٦۳ | ۱۱۲/۳۳ | ۱۱٦/۳۲ | ۱۲٤/۸٤ |
| **۹۰** | ۱۱۳/۱۵ | ۱۱۸/۱٤ | ۱۲٤/۱۲ | ۱۲۸/۳۰ | ۱۳۷/۲۱ |
| **۱۰۰** | ۱۲٤/۳٤ | ۱۲۹/۵٦ | ۱۳۵/۸۱ | ۱٤۰/۱۷ | ۱٤۹/٤۵ |

در جدول فوق به ازای درجه آزادی و سطح خطای مشخص، اگر مقدار محاسبه شده بزرگ‌تر از مقدار جدولی بود فرض صفر رد و در غیر این صورت پذیرفته می‌شود. برای مثال در یک جدول ۲ × ۲ که درجه آزادی آن برابر یک است، به ازای خطای ۰/۰۵، اگر مقدار شاخص کای‌دو بزرگتر از ۳/۸٤ باشد، فرض صفر رد و در غیر این صورت پذیرفته می‌شود.

**ضمیمه ۲: فرمول محاسباتی تصحیح پیوستگی یتس**

فرمول محاسباتی تصحیح پیوستگی یتس با اندکی تغییر در فرمول کای‌دوی پیرسون به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\chi^{۲}_{CC} = \sum \frac{(|O - E| - .۵)^{۲}}{E}$$

و در جداول ۲×۲ به صورت زیر خواهد بود:

$$\chi^{۲}_{CC} = \frac{(|ad - bc| - \frac{N}{۲})^{۲} N}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

**مثال ۱**

برای مثال ۳ مقاله، مقدار کای دو با تصحیح پیوستگی یتس به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\chi^{2}_{CC} = \frac{(|67 \times 446 - 33 \times 113| - \frac{659}{2})^{2} \times 659}{(67+33)(113+446)(67+113)(33+446)} = 91.7$$

**ضمیمه ۳: فرمول محاسباتی P-Value دقیق با آزمون دقیق فیشر**

برای انجام محاسبات آزمون دقیق فیشر، جدول ۲ را در نظر بگیرید:

**جدول ۲- مولفه‌های مورد نیاز برای محاسبه P-Value دقیق با آزمون دقیق فیشر**

| | | پیامد | | |
|---|---|---|---|---|
| | | + | - | جمع |
| عامل خطر | + | a | b | a+b |
| | - | c | d | c+d |
| جمع | | a+c | b+d | N |

فرمول محاسباتی آزمون دقیق فیشر برای محاسبه مقدار دقیق P به صورت زیر می‌باشد:

**P-Value = [(a+b)! (a+c)! (c+d)! (b+d)!] ÷ [N! a! b! c! d!]**

با وجود نرم‌افزارهای آماری، محاسبات این آزمون خیلی سریع انجام می‌شوند.

**مثال ۲**

با مراجعه به مثال ٤ مقاله، با توجه به اینکه در یکی از خانه‌های جدول (۲۵٪) فراوانی مورد انتظار کوچک‌تر از ۵ وجود داشت (خانه دوم جدول)، بنابراین شرایط ککران برقرار نبود و در نتیجه در این مورد باید برای محاسبه P-Value از آزمون دقیق فیشر استفاده شود که محاسبات آن به صورت زیر خواهد بود:

**P-Value = [(۱+٦)! ( ۱+۱۸۸)! (۱۸۸+۵)! ( ٦+۵)!] ÷ [۲۰۰! ۱! ٦! ۱۸۸! ۵!] < ۰/۰۰۱**

نتیجه این آزمون هم رابطه معنی‌دار بین وجود غدد سرویکال با زایمان زودرس را تایید نمود.

**ضمیمه ٤:**

**فرمول محاسباتی مانده‌های خام و استاندارد شده**

فرمول محاسباتی مانده‌های خام و استاندارد شده به صورت زیر می‌باشد:

**مانده خام =**

$O - E$ = فراوانی مورد انتظار – فراوانی مشاهده شده

**مانده استاندارد شده =**

$\frac{(O - E)}{\sqrt{E}}$ = (فراوانی مورد انتظار) √ ÷ مانده خام

**ضمیمه ۵:**

فرمول محاسباتی آزمون کای‌دوی روند به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\chi^{۲}_{Trend} = (N - ۱) r^{۲}$$

که در آن r مقدار همبستگی پیرسون میان دو متغیر سطر و ستون می‌باشد.

**مثال ۳**

با مراجعه به مثال ٦ مقاله، و با استفاده از فرمول محاسباتی همبستگی پیرسون، مقدار r برابر ۰/۲۱ به‌دست می‌آید. بنابراین مقدار شاخص کای‌دوی روند به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$((۸٦۲ - ۱) \times (- ۰/۲۱)^{۲}) = ۳٦/٦$$

## مأخذ


1. Asghari Jafarabadi M, Mohammadi SM. Statistical Series: Summarizing and Displaying Data. *Journal of Diabetes and Lipid Disorders* 2013; 12(2):83-100 [in Persian].
2. Asghari-Jafarabadi M, Hajizadeh E, Kazemnejad A, Fatemi SR. A comparative study on the prognostic impact of concurrent smoking and alcohol drinking on colon and rectal cancers: A frailty competing risks survival analysis. *Gastroenterology and Hepatology From Bed to Bench* 2010; 3(1):19-26.
3. Asghari Jafarabadi M, Mohammadi SM. Statistical Series: An Introduction to Inferential

Statistics (Point Estimation, Confidence Interval and HypothesisTesting). *Journal of Diabetes and Metabolic Disorders* 2013; Under Press [In Persian].
4. Pearson K. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *Philosophical Magazine Series* 1900; 550 (302):157-75.
5. Asghari Jafarabadi M, Mohammadi SM. Statistical Series: Probability and Distributions. *Journal of Diabetes and Lipid Disorders* 2013; 12(2):101-17 [in Persian].
6. Asghari Jafarabadi M, Allahverdipour H, Bashirian S, Jannati A. Modeling the Underlying Predicting Factors of Tobacco Smoking among Adolescents. *Iranian J Publ Health* 2012; 41(5):46-57.
7. Snedecor GW, Cochran WG. *Statistical Methods* 8th ed.: Iowa State University Press; 1989.
8. Mashhadian M, Marsosi V, Ziaei S, Asghari Jafarabadi M. Sonographic cervical parameters in predicting spontaneous preterm birth in high-risk pregnant women. *Tehran University Medical Journal* 2011; 68(10): 583-9.
9. Asghari-Jafarabadi M, Hajizadeh E, Kazemnejad A, Fatemi SR. Site-Specific Evaluation of Prognostic Factors in Iranian Colorectal Cancer Patients: A Competing Risks Survival Analysis. *Asian Pacific Journal of Cancer Prevention* 2009; 10:815-22.
10. Asghari Jafarabadi M, Mohammadi SM. Statistical Series: Correlation and Regression. *Journal of Diabetes and Metabolic Disorders* 2013,12 (6): 479-506; Under Press [In Persian].
11. Asghari Jafarabadi M, Mohammadi SM. Statistical Series: Tests for Comparing the Means. *Journal of Diabetes and Metabolic Disorders* 2013; Under Press [In Persian].
12. Mantel N, Haenszel W. Statistical aspects of the analysis of data from retrospective studies of disease. *J Natl Cancer Inst* 1959; 22:719-48.
13. Agresti A. *Categorical Data Analysis*. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons; 2003.
14. Pourghaznein T, Azimi AV, Jafarabadi MA. The effect of injection duration and injection site on pain and bruising of subcutaneous injection of heparin. *Journal of Clinical Nursing* 2013; Under Press.

*Iranian journal of Diabetes and Metabolism; Vol.13, No 2, Fall 2014*

# STATISTICAL SERIES: THE ANALYSIS OF CONTINGENCY TABLES 1 (CHI-SQUARE TESTS)

Mohammad Asghari Jafarabadi[1*], Akbar Soltani[2], Seyede Momeneh Mohammadi[3]

1. *Medical Education Research Center, Department of Statistics and Epidemiology, Faculty of Health, Tabriz University of Medical Sciences, Tabriz, Iran*
2. *Endocrinology and Metabolism Research Center, Endocrinology and Metabolism Clinical Sciences Institute, Tehran University of Medical Sciences, Tehran, Iran*
3. *Department of Anatomical Sciences, Faculty of Medicine, Tabriz University of Medical Sciences, Tabriz, Iran*

## ABSTRACT

Assessing of outcomes and risk factors in the form of qualitative variables is common in the most of medical studies and the research objectives are defined as the relationship between these variables. This paper introduces the concepts and basic and applied statistical tests to examine the relationship between these variables in these studies, including chi-square tests.

Principles and method of calculating the statistics and hypothesis testing to assess the relationship between qualitative variables (or difference in proportions between groups), were presented taking into account relevant considerations. The method of reporting findings were introduced in the context of contingency tables, for all types of chi-square tests.

To investigate the relationship between two binary or multi-category qualitative variables, Pearson chi-square test (in the case of establishing Cochran conditions), Yates continuity correction for small samples, in the case of not establishing Cochran conditions exact P-Value calculated on the basis of exact tests, trend chi-square test for ordinal qualitative variables and McNemar chi-square test for related samples should be used. In addition for tables larger than 2 × 2, when the overall relationship was significant, post hoc tests with appropriate correction is required. In each of these situations, examples based on research, calculations of tests were performed and their results were presented.

To investigate the relationship between a set of risk factors and nominal or ordinal qualitative variables, the introduced analyses are recommended considering the situation and purpose of the proposed study.

**Keywords:** Contingency tables, Crosstabs, Association, Chi-square test, Fisher exact test, McNemar test

* Department of Statistics and Epidemiology, Tabriz University of Medical Sciences, Golgasht St. Attar e Neshabouri St., Faculty of Health, Tabriz University of Medical Sciences, Tabriz, Iran. Postal Code: 5166614711 Tel: 0098411-3357580-2 (383), Fax: 0098411-3340634, Mobile: 0098912-4390958. Email: m.asghari862@gmail.com